

Zur Hydrostatik von Inversionen

Mag. Dietmar Thaler
Militärmeteorologischer Dienst
Wetterberatungsstation
Fliegerhorst Fiala-Fernbrugg
Aigen im Ennstal

Wien, 16. März 2010

Inhalt

- Motivation
- Idealisiertes Zweischichten-Modell
 - Grundlagen
 - Problem: Bestimmung der Inversionshöhe
 - Lösung
 - Sensitivität der Inversionshöhe
 - Ansatz einer Dynamik von Inversionen
 - Diskussion
 - Ausflug zum Begriff „Absinkinversion“
- Ausblick

11035 Wien

100

200

300

400

500

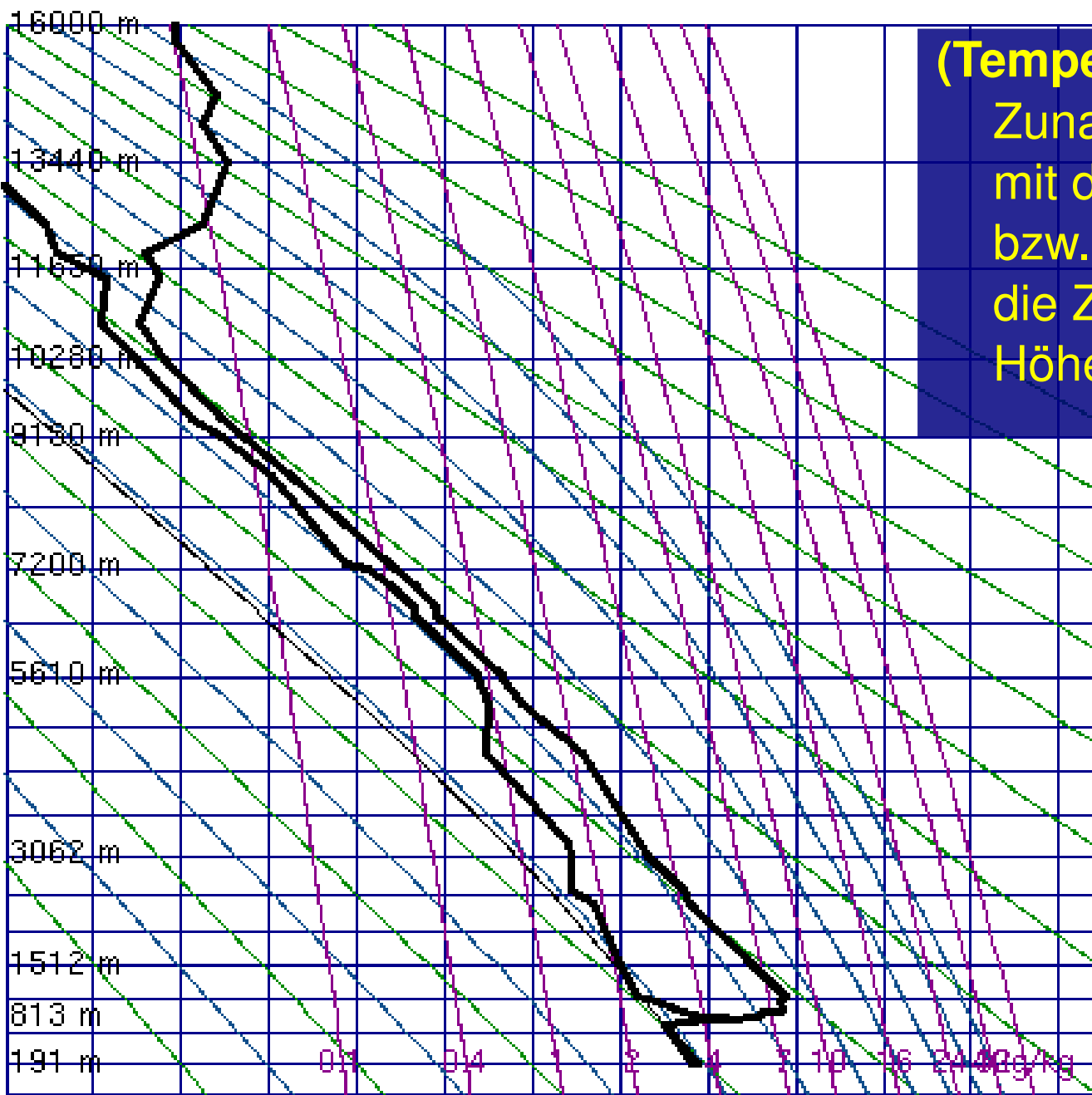
600

700

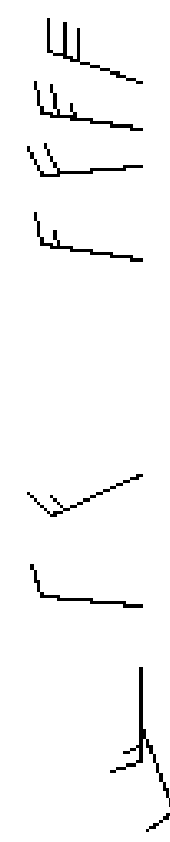
800

900

1000



(Temperatur-)Inversion:
 Zunahme der Temperatur
 mit der Höhe,
 bzw. die Schicht in der
 die Zunahme mit der
 Höhe erfolgt.



SLON	16.37
SEIV	200.0
SHOW	7.18
LIFT	19.77
LEV	19.88
LVET	31.08
KINX	9.30
CTOT	13.30
VTOT	28.30
TOTL	41.60
CAPE	0.00
CAPV	0.00
CINS	0.00
CINV	0.00
EQLV	938.9
EQTV	938.9
LFCT	941.6
LFCV	941.2
BRCH	0.00
BRCV	0.00
LCLT	269.7
LCLP	964.8
MLTH	272.5
MLMR	3.10
THCK	5419.
PWAT	10.33

-80 -70 -60 -50 -40 -30 -20 -10 0 10 20 30 40

00Z 11 Jan 2008

University of Wyoming

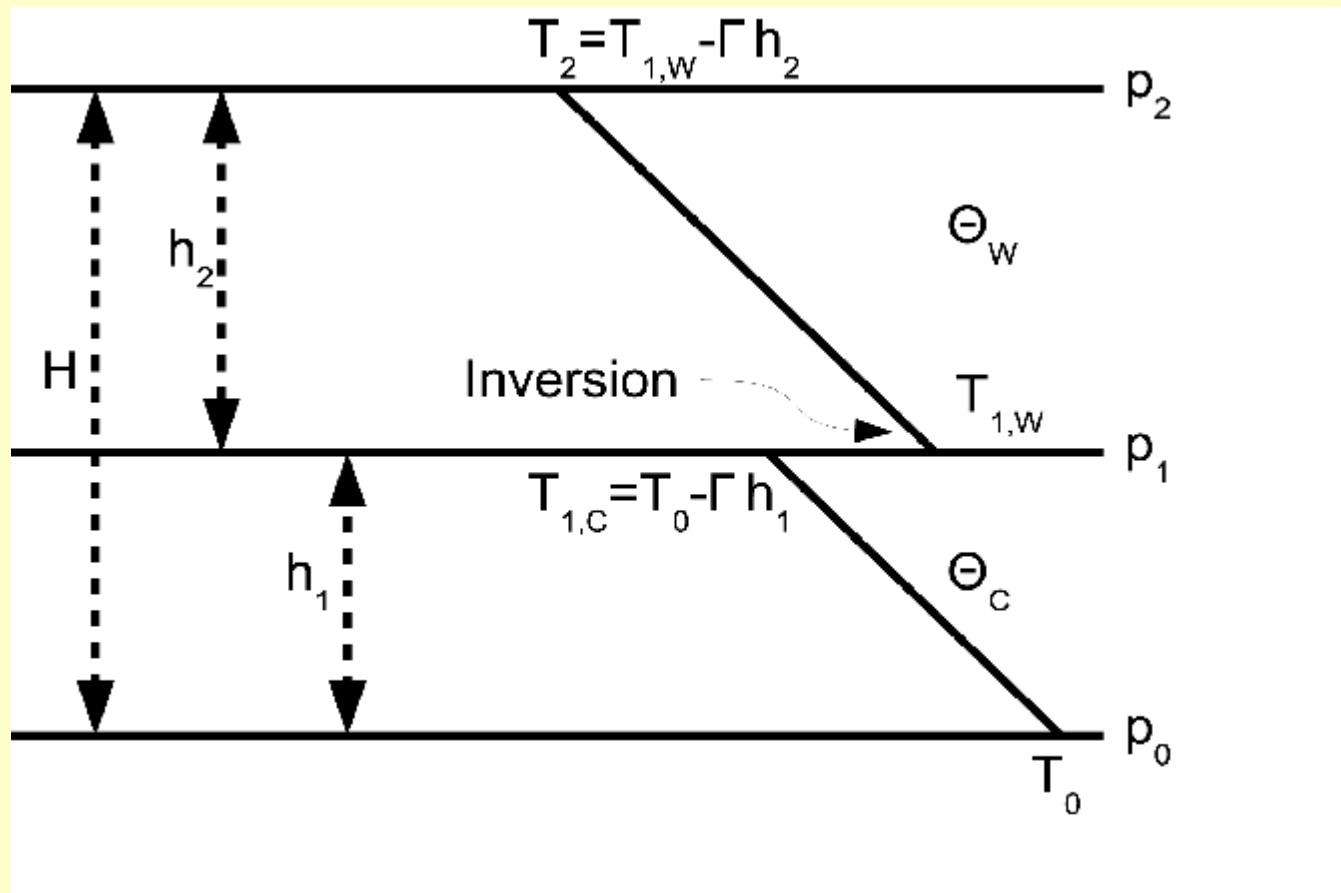
Motivation: Bedeutung von Inversionen

- Hochnebel und Nebel
- Inversionsbewölkung
- Sperrschichten für Cumulus-Konvektion
- Tropopause

Hier Beschränkung auf niedertroposphärische Inversionen

Die Frage der Reaktion von Inversionen auf die Änderung thermodynamischer Größen ist von Interesse für den Prognosedienst.

Idealisiertes Zweischichtenmodell



Ziel: Herleitung einer diagnostischen Beziehung für die **Inversionshöhe h_1** als Funktion der unteren und oberen **potenziellen Temperatur** sowie des **Luftdrucks** am Boden und am oberen Rand

Ausgangspunkt

Potenzielle Temperatur

$$\Theta = T \left(\frac{p_s}{p} \right)^\kappa \quad p_s = 1000 \text{ hPa} \quad \kappa = R_L / c_p \approx 0,286$$

Trockenadiabatischer Temperaturgradient

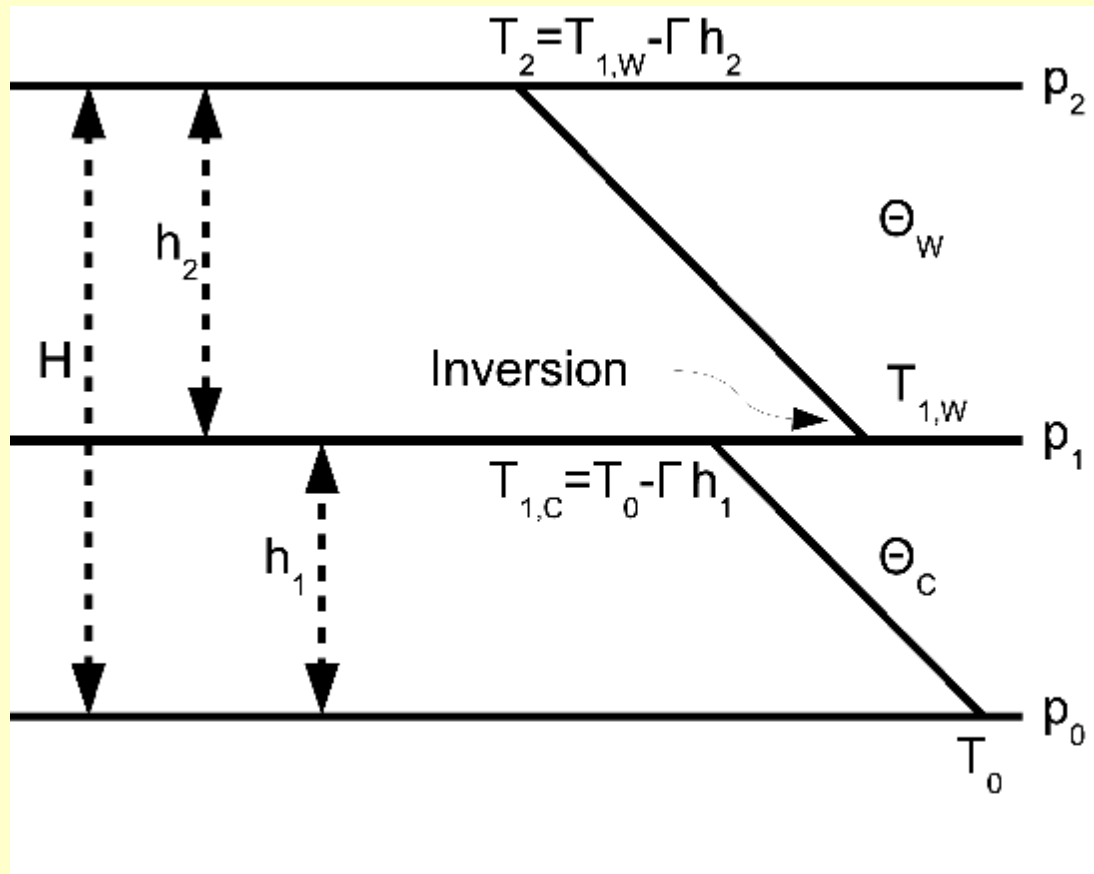
$$\frac{\partial \Theta}{\partial z} = 0 \quad \text{und} \quad \frac{\partial p}{\partial z} = -g \rho \quad \Rightarrow$$
$$\Gamma = -\frac{\partial T}{\partial z} = g / c_p \approx 0,977 \frac{\text{K}}{100 \text{ m}}$$

Folgt aus der vertikalen Konstanz der potenziellen Temperatur
(= **Adiabasie**) und der **hydrostatischen Grundgleichung**

Herleitungs- Skizze

Vier zu eliminierende
Variablen:

$$p_1, T_{1,C}, T_{1,W}, T_2$$



Vier
Gleichungen:

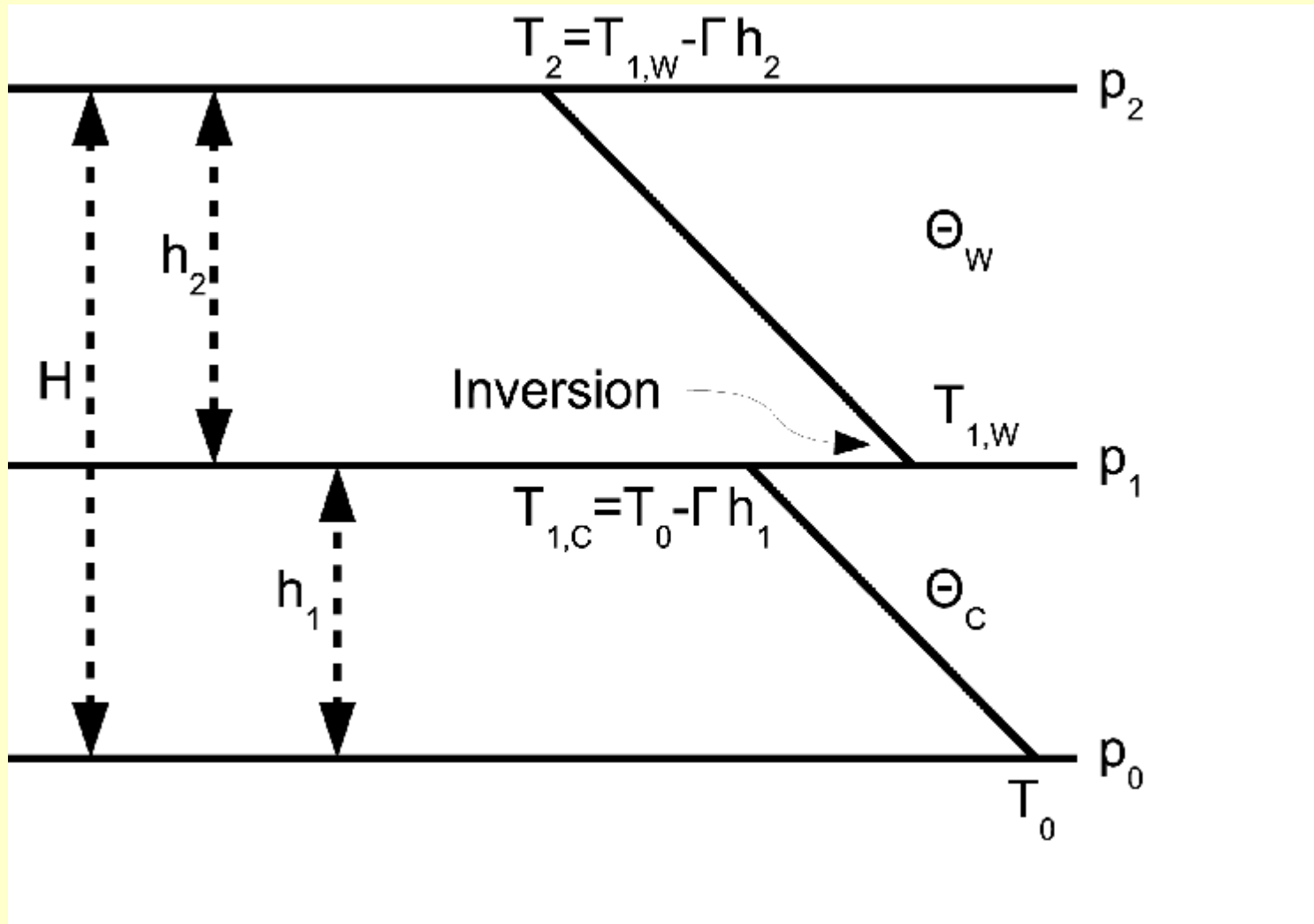
$$\Theta_C = T_0 \left(\frac{p_s}{p_0} \right)^\kappa \quad \Theta_C = (T_0 - \Gamma h_1) \left(\frac{p_s}{p_1} \right)^\kappa$$

$$\Theta_W = T_{1,W} \left(\frac{p_s}{p_1} \right)^\kappa \quad \Theta_W = (T_{1,W} - \Gamma h_2) \left(\frac{p_s}{p_2} \right)^\kappa$$

$$H = h_1 + h_2 \quad (\Theta_W > \Theta_C, \quad p_0 \geq p_1 \geq p_2, \quad h_1, h_2 \geq 0)$$

Lösung

$$h_1 = \left(\frac{1}{\Gamma} \frac{p_0^\kappa - p_2^\kappa}{p_s^\kappa} - \frac{H}{\Theta_W} \right) \frac{\Theta_C}{1 - \Theta_C / \Theta_W}$$



Erste Diskussion

$$h_1 = \left(\frac{1}{\Gamma} \frac{p_0^\kappa - p_2^\kappa}{p_s^\kappa} - \frac{H}{\Theta_W} \right) \frac{\Theta_C}{1 - \Theta_C / \Theta_W}$$

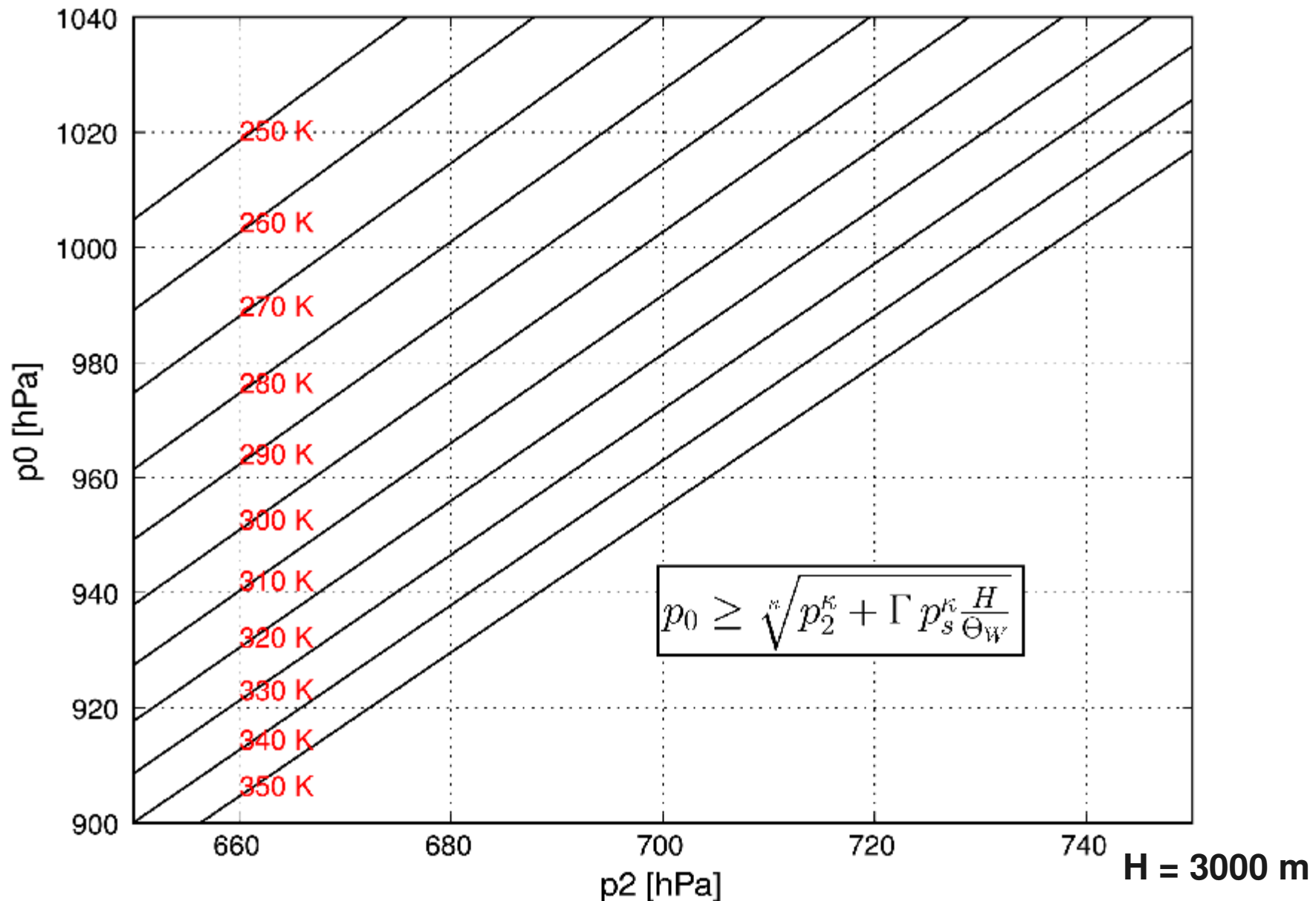
Nicht positiv definit:
Nur positive
Inversionshöhen sinnvoll

Positiv definit
(unter den üblichen Annahmen)

$$h_1 \geq 0: \left(\frac{1}{\Gamma} \frac{p_0^\kappa - p_2^\kappa}{p_s^\kappa} - \frac{H}{\Theta_W} \right) \geq 0$$

Inversionshöhe nur positiv sinnvoll

$$h_1 \geq 0$$



Empfindlichkeit bezügl. Änderung der Zustandsvariablen des Systems

$$\delta h_1 = \frac{\partial h_1}{\partial p_0} \delta p_0 + \frac{\partial h_1}{\partial p_2} \delta p_2 + \frac{\partial h_1}{\partial \Theta_c} \delta \Theta_c + \frac{\partial h_1}{\partial \Theta_w} \delta \Theta_w$$

Untersucht werden die lokalen Ableitungen der Inversionshöhe nach dem **Bodenluftdruck**, dem **Luftdruck in der Höhe H** (z.B. 3 km), nach der **potenziellen Temperatur der Kaltluft** und der **Warmluft**.

Änderungen mit dem Luftdruck

$$\frac{\partial h_1}{\partial p_0} = \frac{\kappa \Theta_C}{(1 - \Theta_C / \Theta_W)} \frac{p_0^{\kappa-1}}{\Gamma p_s^\kappa} > 0$$

Isolierter Anstieg des Bodendrucks bedeutet einen Anstieg der Inversionshöhe (und umgekehrt)

$$\frac{\partial h_1}{\partial p_2} = - \frac{\kappa \Theta_C}{(1 - \Theta_C / \Theta_W)} \frac{p_2^{\kappa-1}}{\Gamma p_s^\kappa} < 0$$

Isolierter Anstieg des Höhendrucks bedeutet ein Sinken der Inversionshöhe (und umgekehrt)

Simultane Änderung des Luftdruckes oben und unten

$$\delta p_0 = \delta p_2 = \delta p \quad \Rightarrow \quad \frac{\delta h_1}{\delta p} = \frac{\partial h_1}{\partial p_0} + \frac{\partial h_1}{\partial p_2}$$

$$\frac{\delta h_1}{\delta p} = - \frac{\kappa \Theta_C}{\Gamma p_s (1 - \Theta_C / \Theta_W)} \left(p_2^{\kappa-1} - p_0^{\kappa-1} \right) < 0$$

< 0

> 0

Ein simultaner Anstieg von Höhen- und Bodenluftdruck bedeutet ein Sinken der Inversionshöhe (und umgekehrt)

Änderungen mit der potenz. Temperatur

$$\frac{\partial h_1}{\partial \Theta_c} = \left(\frac{1}{(1 - \Theta_c / \Theta_w)} \right)^2 \left(\frac{p_0^\kappa - p_2^\kappa}{\Gamma p_s^\kappa} - \frac{H}{\Theta_w} \right) > 0$$

> 0, wenn $h_1 > 0$!

Isolierte Erwärmung der bodennahen Kaltluft bedeutet einen Anstieg der Inversion (und umgekehrt)

$$\frac{\partial h_1}{\partial \Theta_w} = \left(\frac{\Theta_c}{(1 - \Theta_c / \Theta_w) \Theta_w^2} \right) (H - h_1) > 0$$

> 0, wenn $h_2 > 0$!

Isolierte Erwärmung der Warmluft in der Höhe bedeutet ebenfalls einen Anstieg der Inversion (und umgekehrt) **!?!**

Zahlenbeispiel

Bodenluftdruck 1020 hPa,
Luftdruck in 3km Höhe 700 hPa,
pot. Kaltluft (unten) 277 K,
pot. Warmluft (oben) 292 K

Inversionshöhe	1227	gpm
Lokale Änderung mit Bodenluftdruck	156	gpm/hpa
Lokale Änderung mit Höhenluftdruck	-204	gpm/hpa
Synchrone Änderung Luftdruck	-48	gpm/hpa
Lokale Änderung mit pot. Kaltluft	86	gpm/K
Lokale Änderung mit pot. Warmluft	112	gpm/K

Ansatz zur Dynamik

$$\nabla \cdot \vec{V}_h + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

Boussinq approximiere Kontinuitätsgleichung für
niedertroposphärische Vorgänge
Vertikalscale \ll Skalenhöhe ($\sim 1\text{km} \ll 8\text{km}$)

Vertikale Integration vom
Boden bis zur Inversion mit der
kinematischen Randbedingung
am Boden

$$\int_0^{h_1} \frac{\partial w}{\partial z} dz = - \int_0^{h_1} \nabla \cdot \vec{V}_h$$

$$w(h_1) = -h_1 \nabla \cdot \vec{V} = \frac{dh_1}{dt}$$

$$\frac{1}{h_1} \frac{dh_1}{dt} = - \nabla \cdot \vec{V}$$

Konvergenz unterhalb der Inversion bewirkt
ein **Ansteigen der Inversionshöhe**

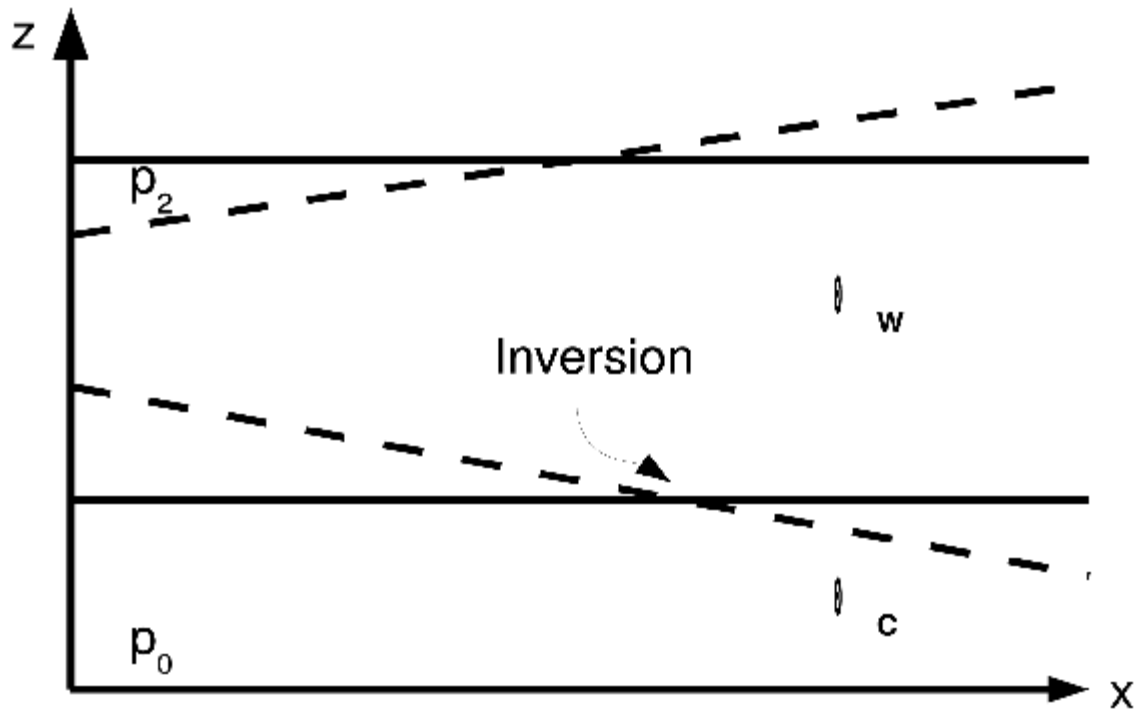
Divergenz unterhalb der Inversion bewirkt ein
Sinken der Inversionshöhe

Diskussion 1

Ein isolierter Anstieg des Bodendrucks bringt einen Anstieg der Inversion (und umgekehrt):

z.B.:

- Bodennahe Strömungs-Konvergenz im Luv eines Hindernisses (Divergenz im Lee)
- Bodennahe Konvergenz in Stromrichtung eines sich verengenden Tales (Divergenz in Stromrichtung eines sich weitenden Tales)

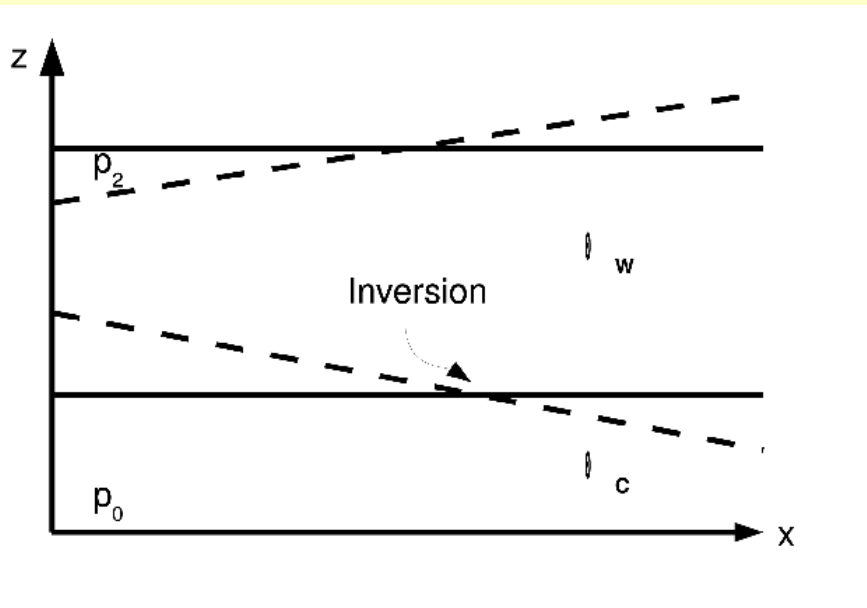


Diskussion 2a

Ein isolierter Anstieg des Höhendrucks bringt ein Sinken der Inversionshöhe (und umgekehrt)

z.B.: **Abgeschlossenes Tal mit stagnierender Kaltluft** – Steigt in der Höhe der Druck an einem Ende und/oder sinkt am anderen, dann wird die bodennahe Kaltluft vom Steiggebiet zum Sinkgebiet gedrückt (zum Ausgleich des mittleren Druckgradienten in Bodennähe): die Inversion sinkt unter dem Höhendruckanstieg und steigt unter dem Höhendruckfall!

Diskussion 2b



d.h.: wenn $\nabla_h p_0 \approx 0$ und $\nabla_h \Theta_{C,W} = 0$, dann:

$$\nabla_h h_1 \approx \frac{\partial h_1}{\partial p_2} \nabla_h p_2 = - \frac{\kappa \Theta_C}{(1 - \Theta_C / \Theta_W)} \frac{p_2^{\kappa-1}}{\Gamma p_s^\kappa} \nabla_h p_2$$

Im stationären Fall ist der Anstieg der Inversion proportional zum Druckgefälle

Diskussion 3

Ein simultaner Anstieg von Höhen- und Bodenluftdruck bringt ein Sinken der Inversionshöhe (und umgekehrt)

- Noch deutlicher, wenn Druckanstieg in der Höhe stärker als am Boden.
- Dies ist der eigentliche Hintergrund des so häufig beobachteten Sinkens der Inversion bei allgemeiner Niveauehebung. Eine Verstärkung der Inversion wird damit kaum erklärt.
- Analog: Vorzeichenumkehr bei Druckfall.

Diskussion 4

Eine isolierter Erwärmung der bodennahen Kaltluft bringt einen Anstieg der Inversion (und umgekehrt)

Physikalisch unmittelbar einsichtig: **warme Luft braucht mehr Platz**

Analog: Vorzeichenumkehr bei Abkühlung

Eine isolierte Erwärmung der Warmluft in der Höhe bringt ebenfalls einen Anstieg der Inversion (und umgekehrt)

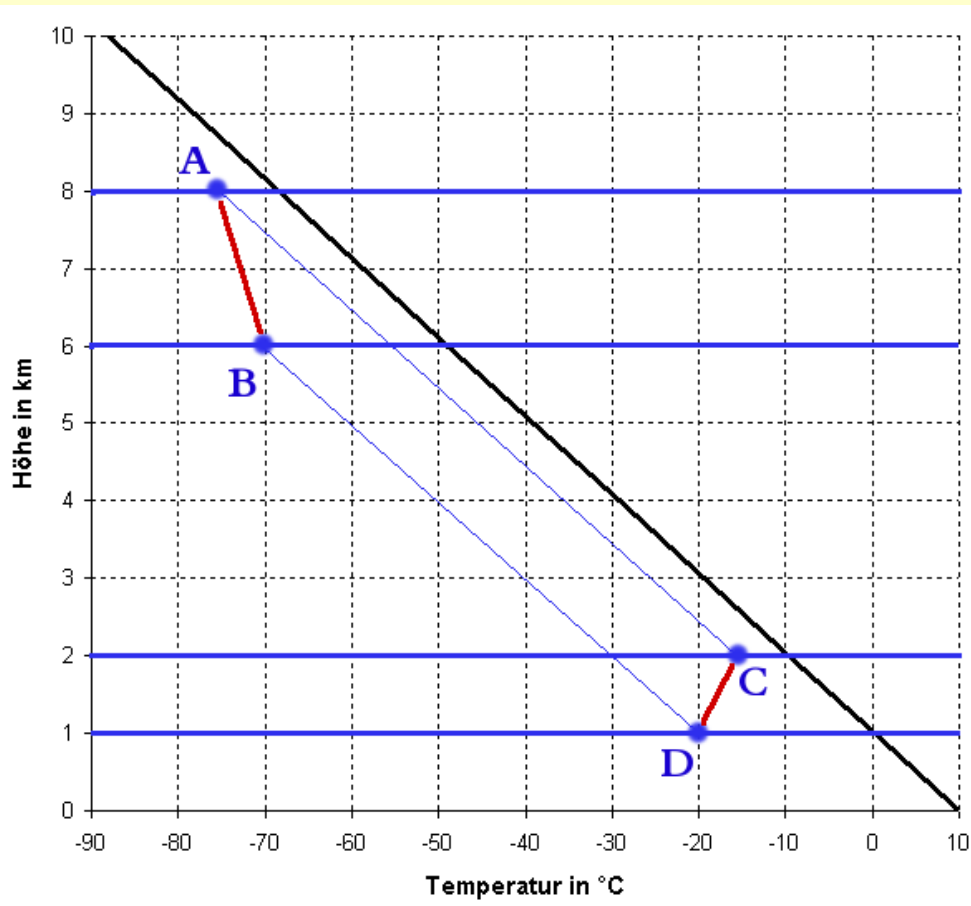
Schwieriger zu verstehen: Grund ist die angenommene Konstanz aller anderen Variablen. Damit der Bodendruck konstant bleibt wenn die obere Warmluft „leichter“ wird, muss die Kaltluft „schwerer“, d.h. höher werden.

Analoge Behandlung bei Vorzeichenumkehr

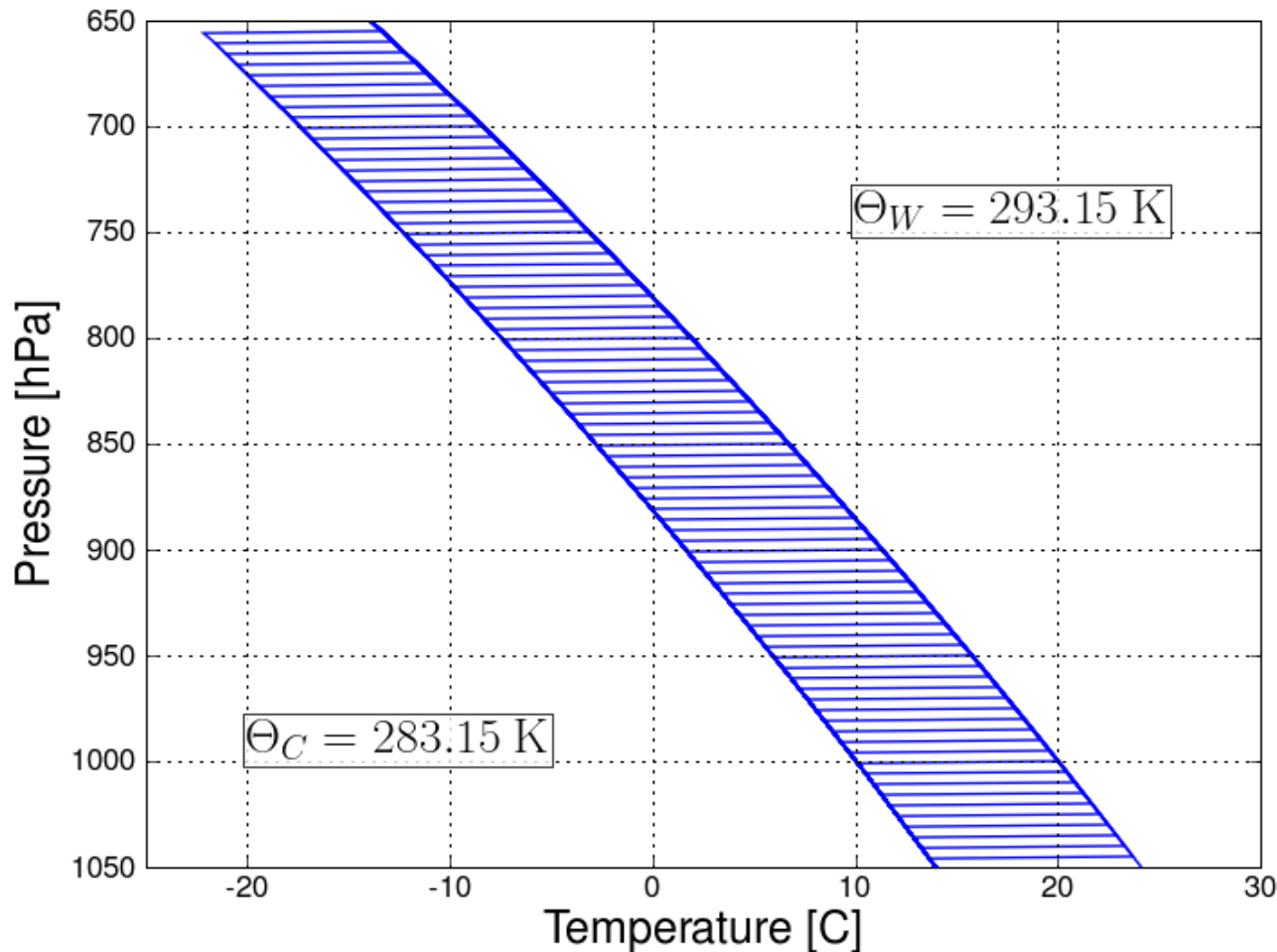
Ausflug 1 - Absinkinversion?

Aus dem Lehrbuch:

- Wegen der adiabatischen Kompression beim Absinken erfolgt eine Verschärfung der Temperaturinversion (=Zunahme der Stabilität)
- **Größenordnung des Effekts?**



Ausflug 2 - Absinkinversion?



An der Inversion:

$$\Theta_W - \Theta_C = \Delta \Theta =$$

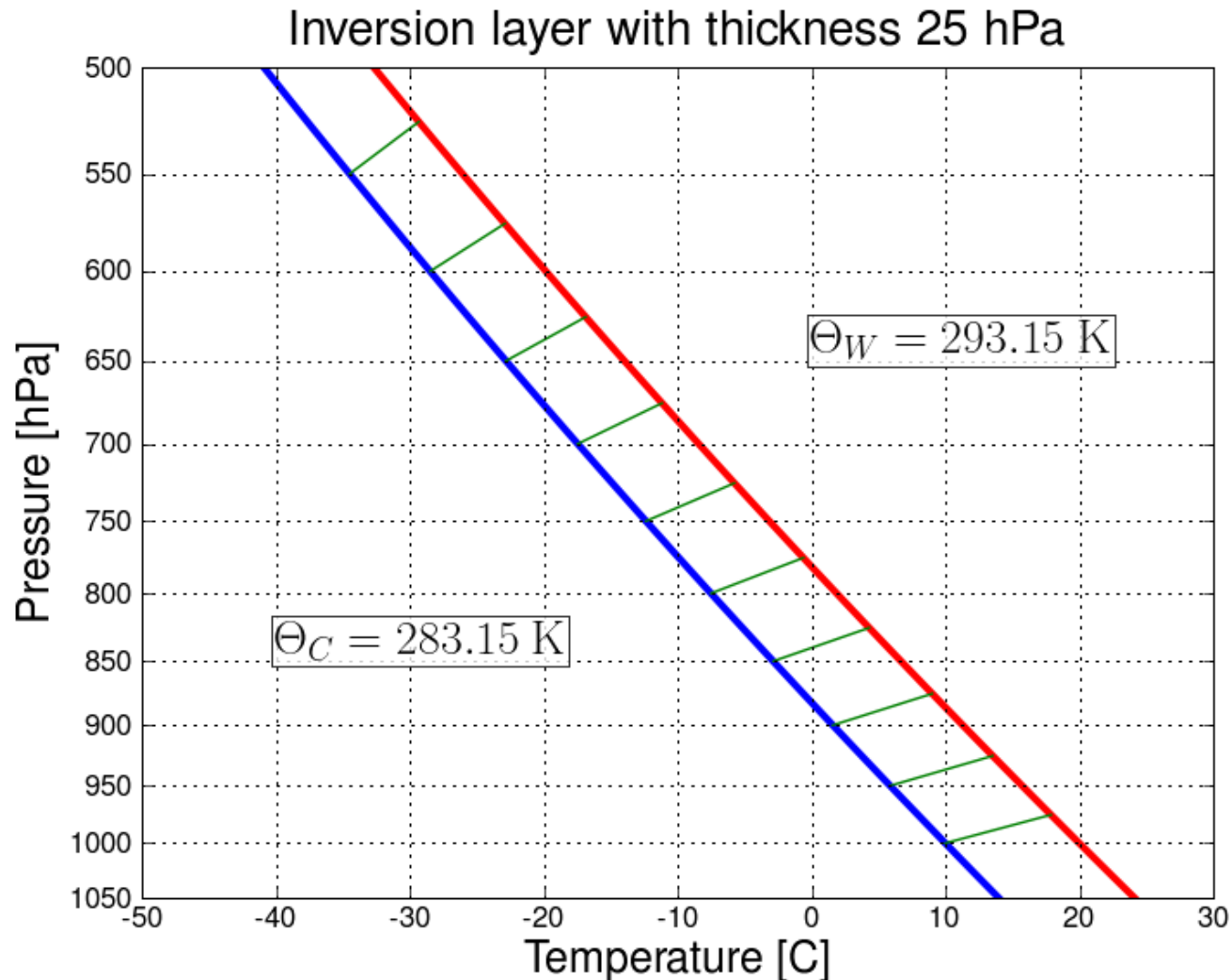
$$= (T_W - T_C) \left(\frac{p_s}{p_1} \right)^\kappa =$$

$$= \Delta T \left(\frac{p_s}{p_1} \right)^\kappa \Rightarrow$$

$$\frac{\Delta T}{\Delta \Theta} = \left(\frac{p_1}{p_s} \right)^\kappa$$

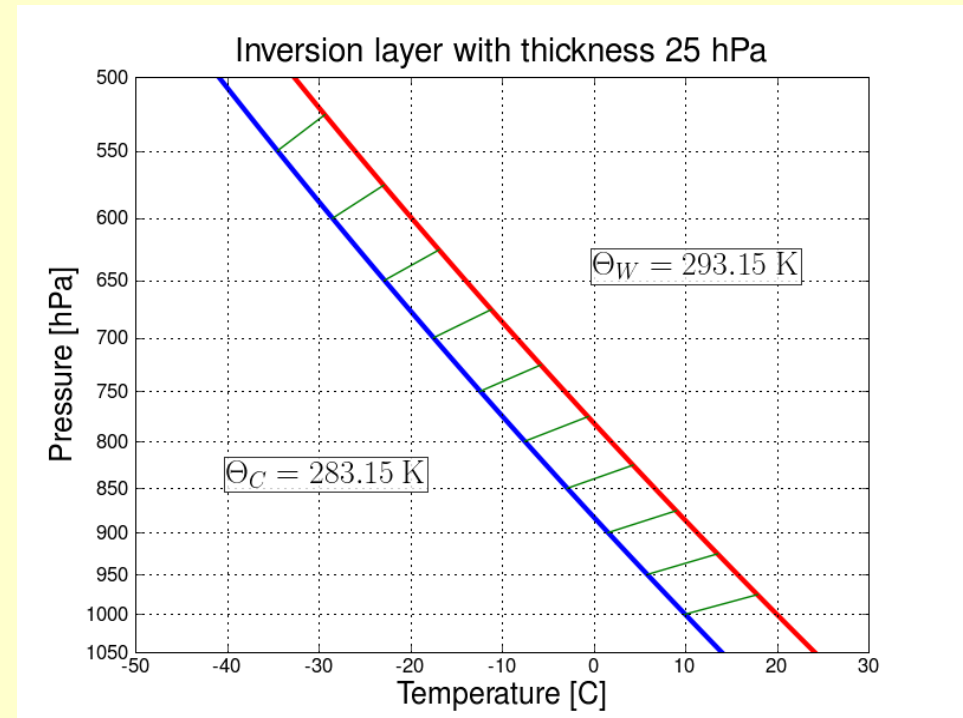
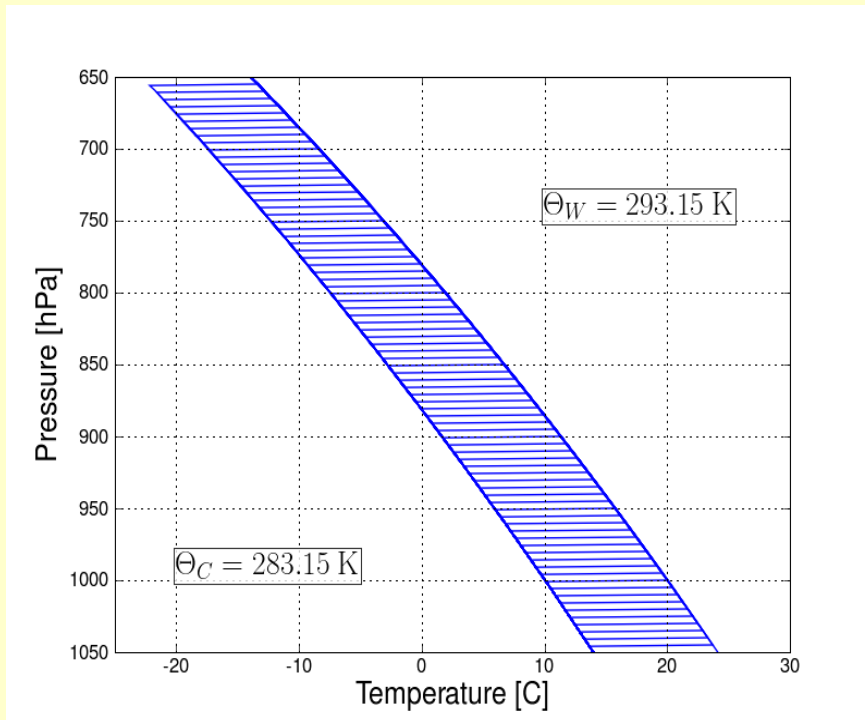
Intensivierung der „scharfen“ Inversion durch Absinken. Rechte Kuve: Temperatur in der potenziellen Warmluft, linke Kurve: Temperatur in der potenziellen Kaltluft. -> **Nur geringer Effekt!**

Ausflug 3 - Absinkinversion?



Intensivierung der „realistischen“ Inversion durch Absinken. Effekt deutlicher durch die Drängung der Druckflächen, jedoch nicht extrem ausgeprägt in einem realistischem Druckbereich.

Ausflug 4 - Absinkinversion



Vorschlag zur Nomenklatur:

- Vorsicht mit dem Begriff der „Absinkinversion“ --> besser **sinkende Inversion** mit allfälliger **Verschärfung** (wohl hauptsächlich durch Temperaturadvektion).
- Falsche Bilder werden so vermieden.

Ausblick

Wirklichkeit ist komplexer:

- z.B.: Hereinwanderndes Hoch:
 - Druckanstieg in allen Höhen: Inversion sinkt
 - Erwärmung in der Höhe: Verschärfung der Inversion bei gleichzeitiger Tendenz zum Anheben!
- Zweischichtenmodell grobe Idealisierung
- Beziehung zur Neigung von Frontflächen (Margules)
- Empirische Prüfung

Literatur (zu berücksichtigen)

- **Petkovsek, Z., 1980:** Dynamik der oberen Grenze der Kaltluftseen in Talbecken. Abhandlungen des Meteorologischen Dienstes der Deutschen Demokratischen Republick, Nr. 124 (Band XVI), 63-65.
- **Petkovsek, Z., and J. Rakovec, 1983:** Modelling of cool pool dissipation. Razprave Papers, Ljubljana, Letnik 27 (2), 53-63.
- **Petkovsek, Z., and T. Vrhovec, 1994:** Note on influences of inclined fog lakes on the air pollution in them and on the irradiance above them. Meteor. Zeitschrift, N. F., 3, 227-232.
- ...

ENDE

- Kritik?
- Anregungen?